***Координатное выражение отображений в*** *и* .

Рассуждения проведем для .

Пусть  ‑ отображение. Зафиксируем в  репер . Этот репер задает биективное, а значит обратимое, отображение (обозначим его той же буквой) . В дальнейшем будем использовать обозначения:

 ‑ столбец из , совпадающий с координатным столбцом  точки ,

 ‑ точка в , координатный столбец  которой совпадает со столбцом .

***Определение 0.1.*** Отображение:



называется координатным выражением отображения  (в репере ).

Координатное выражение – это отображение, коммутативно замыкающее диаграмму

.

















Очевидно, для любого отображения  корректно определяется отображение  формулой . При этом  для  будет координатным выражением.

Заметим, что задание отображения вида  эквивалентно заданию *n* (скалярных) отображений



В дальнейшем, когда это не будет вызывать затруднений, координатное выражение отображения будем обозначать тем же символом, что и само отображение (без волны).

**Аффинные преобразования в **

Пусть  ‑ отображение и

 ‑

его координатное выражение в некотором выбранном репере.

***Определение.*** Отображение  называется **аффинным отображением**, если все скалярные функции , , являются многочленами первой степени относительно переменных .

Другими словами,  ‑ аффинное отображение, если



В матричном виде формулу можно записать в матричном виде:



где  ‑ столбцы координат прообраза и образа при отображении *f* соответственно*, ‑* квадратная *n*x*n-*матрица,  ‑ столбец свободных членов.

Если в выражении матрица  невырождена, то аффинное отображение называется **аффинным преобразованием**.

**Утверждение.** Множество  аффинных преобразований с операцией композиции преобразований образуют группу.

►  является подмножеством в группе биекций, поэтому достаточно показать, что  замкнута относительно композиции и операции взятия обратного элемента.

Пусть  и  ‑ координатные выражения аффинных преобразований  и  соответственно. Тогда:.

Так как произведение невырожденных матриц снова невырожденная матица, то  ‑ аффинное преобразование.

Учитывая, что, если аффинное преобразование  имеет координатное выражение ,  будет иметь координатное выражение  (*надо следить за штрихом: образ стал прообразом и наоборот*). Выражая образ через прообраз, получим:

. Таким образом, обратное отображение, для аффинного преобразования есть аффинное преобразование.◄

►◄

►◄